

Code No. : BS-01/103

Semester Examination Nov.-Dec. 2024

First Semester ATKT (Old Course)

MATHEMATICS

CALCULUS (DSC)

Time : 3 Hrs.

Max.Marks : 80

Minimum Passing Marks : 32

- प्रत्येक इकाई में प्रत्येक प्रश्न का भाग A एवं B अतिलघूत्तरी प्रश्न हैं, जिनके उत्तर एक या दो वाक्यों में दें। (कुल अंक 4)
- प्रत्येक प्रश्न का भाग C लघूत्तरी प्रश्नों के उत्तर 100-150 शब्द सीमा में दें। (अंक 5)
- प्रत्येक प्रश्न का भाग D दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर 300-350 शब्द सीमा में दें। (अंक 7)
- Part A and B of each unit are very short answer type questions which are to be answered in one or two sentences [Total Marks 4].
- Question Part C of each unit are short answer type questions, word limit 100-150 [Marks 5].
- Question Part D of each unit are long answer type questions, word limit 300-350 [Marks 7].

Unit - I

- Q.1 A कौशी मध्यमान प्रमेय को लिखिए। (2)
State Cauchy's Mean Value theorem.
- Q.1 B दर्शाइये कि एक समफलन का अवकलज सदैव एक विषम फलन होता है। (2)
Show that the derivative of an even function is always an odd function.
- Q.1 C प्रथम मध्यमान प्रमेय का निम्न फलन के लिये सत्यापन कीजिए। (5)
 $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$
Verify first mean value theorem for the following function :
 $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

OR

P.T.O.

---x---

Q.5 C $\int \int_R xyd x dy$ का मान ज्ञात कीजिये, जहाँ समाकलन क्षेत्र वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का धन चतुर्थांश है। (5)

Find the value of $\int \int_R xyd x dy$, Where the region of Integration R is positive quadrant of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

OR

परवलय $y = x^2$ तथा रेखा $y = x$ के मध्य क्षेत्र R पर, $\int \int_R xy(x+y)dx dy$ का मान ज्ञात कीजिये।

Evaluate $\int \int_R xy(x+y)dx dy$ over the area between the parabola $y = x^2$ and the line $y = x$.

Q.5 D मान ज्ञात कीजिये - $I = \int_1^e \int_0^{\log y} \int_1^{e^x} \log z dy dx dz$ (7)

Evaluate :- $I = \int_1^e \int_0^{\log y} \int_1^{e^x} \log z dy dx dz$

OR

मान ज्ञात कीजिये :- $\iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$ जहाँ कि V गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का आयतन है।

Evaluate $\iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$, where V is the volume of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

(2)

Code No. : BS-01/103

फलन $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ के लिये अन्तराल $[2, 4]$ में लाग्रान्ज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

Verify Lagranges Mean value theorem for the function

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \text{ in the interval } [2, 4].$$

Q.1 D लैग्रान्ज मध्यमान प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए। (7)

State and Prove Lagrange's Mean Value theorem.

OR

फलन $f(x) = \int_0^x \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{x^2} dx$, जबकि $x \neq 0$, जबकि $x = 0$ की बिन्दु $x = 0$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

Check the Differentiability of the function at point $x = 0$.

$$\text{where } f(x) = \int_0^x \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{x^2} dx, \text{ when } x \neq 0, \text{ when } x = 0$$

Unit - II

Q.2 A मैकलारिन प्रमेय की सहायता से फलन $f(x) = e^x$ का विस्तार ज्ञात कीजिए। (2)

Expand the function applying Maclaurin's theorem where

$$f(x) = e^x.$$

Q.2 B $\log(ax + b)$ का n -वाँ अवकल गुणांक लिखिए। (2)

Write the n^{th} Derivative of $\log(ax + b)$.

Q.2 C यदि $y = x \log \left[\frac{x}{a + bx} \right]$, तो सिद्ध कीजिए कि $x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left[x \frac{dy}{dx} - y \right]^2$ (5)

$$\text{If } y = x \log \left[\frac{x}{a + bx} \right], \text{ then prove that } x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left[x \frac{dy}{dx} - y \right]^2$$

(5)

Code No. : BS-01/103

OR

प्रतिस्थापन $x = e^z$ के द्वारा समीकरण $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$ का रूपांतरण कीजिए।

Transform the equation $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$ by the substitution $x = e^z$.

Q.4 D यदि $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ तब सिद्ध कीजिए कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$ (7)

If $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$

OR

यदि $u = \log \frac{x^4 + y^4}{x + y}$ तो सिद्ध कीजिये कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$.

If $u = \log \frac{x^4 + y^4}{x + y}$ then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$.

Unit - V

Q.5 A $\int_1^2 \int_0^{3y} y \, dy \, dx$ का मान निकालिये। (2)

Find the value of $\int_1^2 \int_0^{3y} y \, dy \, dx$.

Q.5 B यदि $I = \int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 (x + y + z) \, dx \, dy \, dz$ तब I का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $I = \int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 (x + y + z) \, dx \, dy \, dz$ then find the value of I .

P.T.O.

(3)

Code No. : BS-01/103

OR

लैबनीज प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।
State and Prove Leibnitz's theorem.

Q.2 D टेलर प्रमेय की सहायता से $f(x) = \sin x$ को $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ की घातों में विस्तार कीजिए। (7)

Expand $\sin x$ in powers of $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ by Taylor's theorem. x

OR

मैकलारिन प्रमेय से $\tan^{-1} x$ का, x की घातों में प्रसार कीजिए।
Expand $\tan^{-1} x$ in powers of x by Maclaurin's theorem.

Unit - III

Q.3 A एकल अभयाग्र को परिभाषित कीजिए। (2)
Define Single Cusp.

Q.3 B वक्र $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ की y-अक्ष के समान्तर अनंतस्पर्शियों को लिखिए। (2)

Write asymptotes of the curve $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ Parallel to y-axis.

Q.3 C अंतरालो को ज्ञात कीजिए जिनके लिए वक्र $y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$ उपरिमुखी या अधोमुखी अवतल है। (5)
Find the intervals for which the Curve is Concave upwards or downwards :

$$y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$$

OR

(3)

Code No. : BS-01/103

OR

लैबनीज प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।
State and Prove Leibnitz's theorem.

Q.2 D टेलर प्रमेय की सहायता से $f(x) = \sin x$ को $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ की घातों में विस्तार कीजिए। (7)

Expand $\sin x$ in powers of $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ by Taylor's theorem. x

OR

मैकलारिन प्रमेय से $\tan^{-1} x$ का, x की घातों में प्रसार कीजिए।
Expand $\tan^{-1} x$ in powers of x by Maclaurin's theorem.

Unit - III

Q.3 A एकल अभयाग्र को परिभाषित कीजिए। (2)
Define Single Cusp.

Q.3 B वक्र $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ की y-अक्ष के समान्तर अनंतस्पर्शियों को लिखिए। (2)

Write asymptotes of the curve $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ Parallel to y-axis.

Q.3 C अंतरालो को ज्ञात कीजिए जिनके लिए वक्र $y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$ उपरिमुखी या अधोमुखी अवतल है। (5)
Find the intervals for which the Curve is Concave upwards or downwards :

$$y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$$

OR

(4)

Code No. : BS-01/103

वक्र $x = \log e \frac{y}{x}$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the point of Inflexion for curve $x = \log e \frac{y}{x}$.

Q.3 D वक्र $ay^2 = x^2(a-x)$ का अनुरेखण कीजिए। (7)

Trace the Curve $ay^2 = x^2(a-x)$.

OR

दिये गए वक्र $y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$ की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve.

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$$

Unit - IV

Q.4 A यदि $F(x, y) = xy + \sin(x + y)$ तो F_{yx} का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $F(x, y) = xy + \sin(x + y)$ then find the value of F_{yx} .

Q.4 B समघात फलन को परिभाषित कीजिए। (2)

Define Homogeneous Function.

Q.4 C सूत्र $p = \frac{\frac{xdy}{dx} - y}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$ को ध्रुवीय रूप में रूपांतरित कीजिए। (5)

Transform the formula $p = \frac{\frac{xdy}{dx} - y}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$ into Polar Form.

(4)

Code No. : BS-01/103

वक्र $x = \log e \frac{y}{x}$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the point of Inflexion for curve $x = \log e \frac{y}{x}$.

Q.3 D वक्र $ay^2 = x^2(a-x)$ का अनुरेखण कीजिए। (7)

Trace the Curve $ay^2 = x^2(a-x)$.

OR

दिये गए वक्र $y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$ की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve.

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$$

Unit - IV

Q.4 A यदि $F(x, y) = xy + \sin(x + y)$ तो F_{yx} का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $F(x, y) = xy + \sin(x + y)$ then find the value of F_{yx} .

Q.4 B समघात फलन को परिभाषित कीजिए। (2)

Define Homogeneous Function.

Q.4 C सूत्र $p = \frac{\frac{xdy}{dx} - y}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$ को ध्रुवीय रूप में रूपांतरित कीजिए। (5)

Transform the formula $p = \frac{\frac{xdy}{dx} - y}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$ into Polar Form.